

Evaluación de red neuronal artificial polinomial (RNAP) para el modelado de series de tiempo

E. Guzmán-Ramírez, E. Bautista-Thompson, J. Figueroa-Nazuno

Centro de Investigación en Computación, Instituto Politécnico Nacional.
Unidad Profesional "Adolfo López Mateos". Zacatenco.
Col. Lindavista, CP 07738. México D.F.

erick_igr@yahoo.com, ebautista@correo.cic.ipn.mx, jfn@cic.ipn.mx

Resumen. Se presenta la evaluación de RNAP (Red Neuronal Artificial Polinomial) para el modelado de un conjunto de treinta series de tiempo de diferente origen. En la literatura existen pocos trabajos reportados sobre el desempeño de técnicas de modelado para un conjunto amplio de series de tiempo, así como la comparación de diferentes técnicas de modelado. El objetivo de este trabajo es cuantificar el desempeño de RNAP para series con diferente Índice de Dificultad de Modelado construido a partir de tres propiedades características: Reglas de Producción, Exponente de Lyapunov y Entropía de Shannon. Se comparan los resultados obtenidos con aquellos reportados en la literatura para otras técnicas de modelado de series de tiempo, mostrándose que la capacidad de modelado de los algoritmos híbridos tales como RNAP es comparable con la de las mejores técnicas reportadas.

1 Introducción

En la literatura especializada se han reportado gran cantidad de técnicas para el modelado de series de tiempo, sin embargo, se encuentran pocos trabajos que estudien el desempeño de técnicas de modelado para un conjunto variado de series de tiempo y que además, comparen las diferentes técnicas entre sí [1].

En este trabajo se reporta un estudio sobre el desempeño o capacidad de modelado de series de tiempo, utilizando redes neuronales polinomiales de arquitectura adaptable, específicamente la Red Neuronal Artificial Polinomial (RNAP) [2].

El estudio de capacidad de modelado se llevo a cabo tomando como base el número de experimentos de modelado exitosos además de comparar dicha capacidad con respecto a un índice de dificultad de modelado que fue calculado para cada serie de tiempo. RNAP fue evaluada utilizando series de dos clases: series experimentales (económicas, físicas, fisiológicas) y series sintéticas en las cuales se tiene control sobre los parámetros de la función generadora (Seno, Lorentz, Henon, Ikeda).

El artículo consta de las siguientes secciones: en la sección 2 se presenta la descripción de los principios de funcionamiento de la RNAP. En la sección 3 se explican las tres propiedades seleccionadas para evaluar la dificultad de modelado de las series de tiempo: Reglas de Producción, Exponente de Lyapunov y Entropía de Shannon además de presentarse la caracterización de las series y definirse el Índice de Dificultad de Modelado. En la sección 4 se describe la metodología seguida para

realizar los experimentos. En la sección 5 se presentan los resultados obtenidos y la comparación con otras técnicas, por último, en la sección 6, se presentan las conclusiones de este artículo.

2 Modelo RNAP

RNAP es un modelo de red neuronal que define su función de transición en términos de un sistema no lineal de ecuaciones polinomiales el cual es optimizado en la fase de entrenamiento por medio de una implementación de Algoritmo Genético con el fin de obtener la mejor arquitectura de la red.

El modelo RNAP se define como:

$$\hat{y}_k = \left[\phi(x_{1,k}, x_{2,k} \dots x_{n_i,k}, x_{1,k-1}, x_{2,k-1}, \dots, x_{1,k-n_1}, \dots, x_{n_i,k-n_i}, y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-n_2}) \right]_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} \quad (1)$$

donde $\hat{y}_k \in \mathfrak{R}$, es la salida de la red, $\phi(x, y) \in \mathfrak{R}$ es una función no lineal, $x_i \in X$, son las entradas, $i=1, \dots, n_i$; n_i es el número de entradas, $y_{k,j} \in Y$ son los valores anteriores de la salida $j=1, \dots, n_2$; n_1 es el número de retardos de la entrada, n_2 es número de retardos de la salida y X, Y , son conjuntos compactos de \mathfrak{R} .

La función no lineal $\phi(z)$ está dada por:

$$\left[\phi(z) \right]_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} = \begin{cases} \phi_{\max}, & \phi(z) \geq \phi_{\max} \\ \phi(z), & \phi_{\min} < \phi(z) < \phi_{\max} \\ \phi_{\min}, & \phi(z) \leq \phi_{\min} \end{cases} \quad (2)$$

donde ϕ_{\max} y ϕ_{\min} son los límites máximos y mínimos respectivamente.

Para simplificar la notación se reescribe (2) haciendo el siguiente cambio variable:

$$z = \{x_{1,k}, x_{2,k} \dots x_{n_i,k}, x_{1,k-1}, x_{2,k-1}, \dots, x_{1,k-1}, \dots, x_{1,k-n_1}, y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-n_2}\} \quad (3)$$

$$z = \{z_1, z_2 \dots z_{n_v}\}$$

Donde n_v es el número total de elementos de la descripción z , es decir, el número de entradas, valores anteriores y valores anteriores de salida.

Dado el cambio de variable, la función $\phi(z_k) \in \Phi_p$ conforma una familia de polinomios que pueden ser representados como:

$$\Phi_p(z_1, z_2, \dots, z_n) = \left\{ \begin{aligned} &\phi(z) : \phi(z) = a_0(z_1, z_2, \dots, z_{n_v}) + a_1(z_1, z_2, \dots, z_{n_v}) + \dots \\ &+ a_p(z_1, z_2, \dots, z_{n_v}) \end{aligned} \right\}$$

donde los términos $a_i(z_1, z_2, \dots, z_i)$ son polinomios homogéneos de grado total i , $i=0, \dots, p$.

2.1 Aprendizaje de RNAP

Primeramente se definen:

- Error de aproximación de RNAP

$$err_n(y^n, \phi(z)) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \phi(z_k))^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(y_k - \hat{y}_k \right)^2, y^n = (y_1, y_2, \dots, y_n) \quad (5)$$

Donde $\phi(z_k) \in \Phi_p$ y n es el numero de puntos.

- Error óptimo:

$$\begin{aligned} opterr_n(y^n, \phi(z)) &= \min_{\phi \in \Phi_p} \{ err_n(y^n, \phi(z)) \} \\ &= err_n(y^n, \phi_n^*(z)) \end{aligned} \quad (6)$$

donde $\phi_n^*(z) \in \Phi_p$ es la estimación óptima de y^n .

La RNAP $\phi(z) \in \Phi_p$ aprende uniformemente la salida deseada con la precisión ε si

$$\begin{aligned} err_n(y^n, \phi(z)) - err_n(y^n, \phi_n^*(z)) &\geq \varepsilon \\ \varepsilon &\geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Una vez definidos estos conceptos el problema de aprendizaje de RNAP consiste en encontrar la estructura de $\phi \in \Phi_p(z)$ que verifica la desigualdad descrita en (7).

2.2 Optimización mediante algoritmo genético

El problema de aprendizaje de RNAP para una arquitectura específica puede ser representado por un problema de optimización con los siguientes dos pasos:

$$\min_{w_b} \left\{ \min_{w \in \mathfrak{R}} \{ err_n(y^n, \phi(z)) \}_{w_b} \right\} \quad (8)$$

donde $err_n(y^n, \phi(z))_{w_b}$ es el error definido en (1) para un valor determinado del vector binario W_b .

El objetivo del algoritmo genético es encontrar el valor de W_b para el cual el vector de pesos W hace que se cumpla (7). Este arreglo puede ser obtenido utilizando el método de mínimos cuadrados, y queda expresado como:

$$\begin{aligned} W_{w_b} &= \operatorname{argmin} \{ err_n(y^n, \phi(z))_{w_b} \} \\ W_{w_b} &= \Gamma^{-N} \sum_{k=1}^n y_k (M_b(z_k))_{w_b} \end{aligned} \quad (9)$$

donde:

$$M_b(z_k) = M \cdot W_B^T$$

$$\Gamma^N = \left(\sum_{k=1}^n M_b(z_k)^T \right)^{-1}. \quad (10)$$

Los pasos que sigue el Algoritmo Genético para obtener la óptima estructura RNAP se pueden resumir de la siguiente manera:

1. Se obtiene población inicial de forma aleatoria.
2. Se selecciona al mejor conjunto de individuos de la población inicial utilizando como función objetivo el error de aproximación de RNAP definido en (5).
3. Se obtiene una nueva población A_g utilizando los operadores de recombinación mutación propios de AG [2].
4. Se reevalúa la función objetivo utilizando el error de aproximación de RNAP
5. Se regresa al paso 3 hasta que se alcance el máximo número de generaciones hasta que alguno de los individuos extraídos del proceso de selección satisfaga desigualdad descrita en (7).

Dado que RNAP asigna dinámicamente el número de neuronas y de generaciones necesarias en el entrenamiento, los únicos parámetros manipulables exteriormente son:

- *Pot.* Representa la máxima potencia a alcanzar en la aproximación polinomial.
- *Eta.* Representa la dispersión del ruido presente en los datos de entrada.
- *Phiest.* Define la estructura de la matriz de aprendizaje.

3 Caracterización de las series e índice de dificultad de modelado

Se seleccionaron tres parámetros característicos de las series de tiempo determinar su dificultad de modelado: Reglas de Producción, Entropía de Shannon Exponente de Lyapunov, cuyo origen es, respectivamente: Teoría de la Computación, Teoría de la Información y Teoría de los Sistemas Dinámicos No Lineales.

A continuación se describen las características de dichos parámetros:

Entropía de Shannon. La Entropía representa la exactitud con la cual es posible predecir el comportamiento de un sistema dinámico, específicamente, la Entropía Shannon determina la cantidad de información que se puede obtener del estado de sistema a partir de cualquier medición que se realice [7].

Exponente de Lyapunov. El Exponente de Lyapunov es una medida de la divergencia de las trayectorias cercanas. Es equivalente a la tasa a la cual un sistema unidimensional produce información, es decir, el Exponente de Lyapunov cuantifica de forma precisa la exactitud del modelado para un punto futuro dado [7].

Reglas de Producción. A mayor número de Reglas de Producción se tiene una mayor complejidad computacional. Además, la tasa de crecimiento de las Reglas de Producción obtenidas mediante análisis gramatical permite identificar regiones de

de las series de tiempo en donde se puede realizar un modelado más eficiente de las mismas [8].

Se seleccionaron un total de treinta series de tiempo las cuales se detallan en la Tabla 1 junto con las propiedades que las caracterizan [1].

Tabla 1. Clasificación y propiedades de dificultad de modelado de series de tiempo

Serie de Tiempo	Exponente de Lyapunov	Número de Reglas de Producción	Entropía de Shannon
Sine	0.517	27	3.7118
Vanderpol	1.864	28	4.981
Qperiodic2	0.925	66	2.445885
Qperiodic3	1.383	75	4.232
Mackey-Glass	1.481	75	0.15914973
Logistic	0.760	61	0.03522222
Lorenz	0.601	63	4.78931065
Rossler	1.049	72	2.45897942
Ikeda	1.452	71	0
Henon	2.301	69	0.0204499
Cantor	5.728	72	0
Tent	0.477	13	3.401
Primos	0.594	78	1.295
D1	1.288	92	0.8521749
A1	0.2234006	79	7.02
Ascii	2.709	80	2.107
El niño	2.322	83	3.526
HIV DNA	0.029	9	1
Human DNA	0.322	51	7.28
Lovaina	1.0693	77	5.574
Plasma	3.383	91	2.866
Laser	0.949	66	2.93549693
S&p500	3.569	82	2.585
Star	3.289	90	3.102
Down Jones	0.144	65	6.43519134
Kobe	1.102	79	3.74401017
ECG	0.242	53	3.51860944
EEG	1.199	82	0
Brownian Motion	2.043	85	2.74038235
White Noise	1.606	73	0

Para calcular la dificultad de modelado de una serie de tiempo es necesario, primero, introducir algunos conceptos utilizados en la definición de la misma.

Definición 1

El Índice de Exponente de Lyapunov de una serie de tiempo dentro de un conjunto de series es:

$$IEL = \frac{EL_i}{EL_{max}} . \quad (1)$$

donde:

- EL_i es el Exponente de Lyapunov propio de la serie analizada.
- EL_{max} es el máximo Exponente de Lyapunov registrado dentro del conjunto de series de tiempo analizado.

Definición 2

El Índice de Reglas de Producción de una serie de tiempo dentro de un conjunto de series es:

$$IRP = \frac{RP_i}{RP_{max}} . \quad (12)$$

donde:

- RP_i es el número de Reglas de Producción propio de la serie analizada.
- RP_{max} es el máximo número de Reglas de Producción registrado dentro del conjunto de series de tiempo analizado.

Definición 3.

El Índice de Entropía de Shannon de una serie de tiempo dentro de un conjunto de series es:

$$IES = \frac{ES_{min} + 1}{ES_i + 1} . \quad (13)$$

donde:

- RP_i es el número de Reglas de Producción propio de la serie analizada.
- RP_{max} es el máximo número de Reglas de Producción registrado dentro del conjunto de series de tiempo analizado.

Después de definir estos conceptos el Índice de Dificultad de Modelado de una serie de tiempo dentro de un conjunto de series esta dado por la expresión:

$$IDM = IDL + IRP + IES . \quad (14)$$

4 Metodología de evaluación de la técnica

La metodología de evaluación de la técnica consistió en la realización de entre uno y diez experimentos por serie de tiempo buscando el resultado más acertado mediante variación de los parámetros de la red neuronal Pot, Eta y Phiest. En cada experimento se realizo el entrenamiento de la red con entre 950 y 1200 valores obteniendo un

modelado de los siguientes cincuenta valores de la serie. Los valores de entrada de cada serie de tiempo fueron normalizados antes de ser ingresados a la red neuronal con el objetivo de poder comparar el error obtenido para las diferentes series de tiempo utilizadas.

Para la evaluación del éxito del modelado de la serie de tiempo por parte de la técnica se utilizaron dos métodos. El primero consistió en la comparación de los datos originales con los obtenidos en el modelado mediante la graficación de ambos. El segundo método solo se aplicó a los resultados exitosos y consistió en el cálculo del error medio raíz cuadrada (RMSE) con los resultados del modelado y los valores originales de la serie. El RMSE está definido por la expresión:

$$RMSE(x) = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i^m - x_i^o)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

donde x_i^o representa el i -ésimo valor de la serie de tiempo evaluada y x_i^m representa el i -ésimo valor del modelado efectuado por la técnica.

Se eligió la utilización de esta medida de error debido a su propiedad de ser particularmente sensible a las diferencias grandes entre el valor original y el valor modelado [9].

5 Resultados

A continuación se presentan tres ejemplos que ilustran el funcionamiento de RNAP.

La figura 1 muestra el resultado del modelado de la serie Lovaina. Obsérvese que las diferencias entre los valores originales y los del modelado son muy pequeñas.

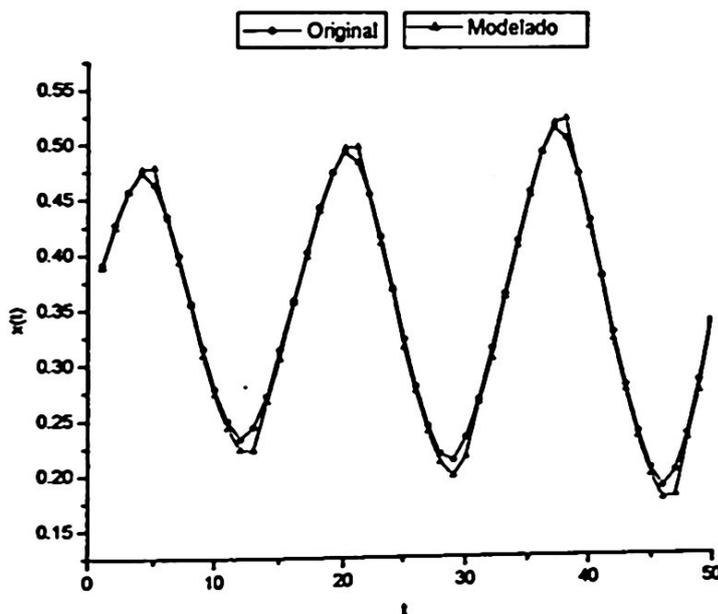


Fig. 1. Modelado y valores originales de la serie Lovaina

La figura 2 muestra el resultado del modelado de la serie Tent. Obsérvese que el modelado sigue la tendencia de la serie original presentando pequeñas discrepancias en las magnitudes de las crestas de la serie.

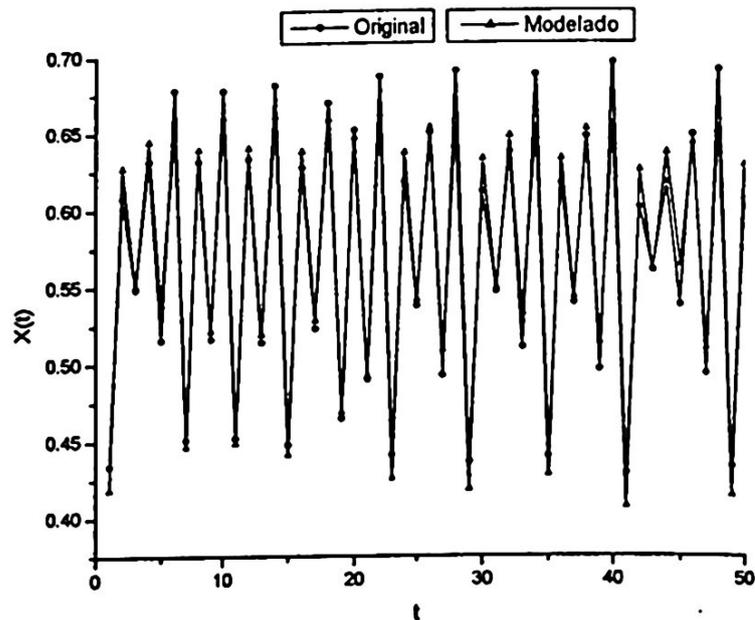


Fig. 2. Modelado y valores originales de la serie Tent

La figura 3 muestra el resultado del modelado de la serie Ikeda. Obsérvese como modelado sigue la tendencia de la serie original.

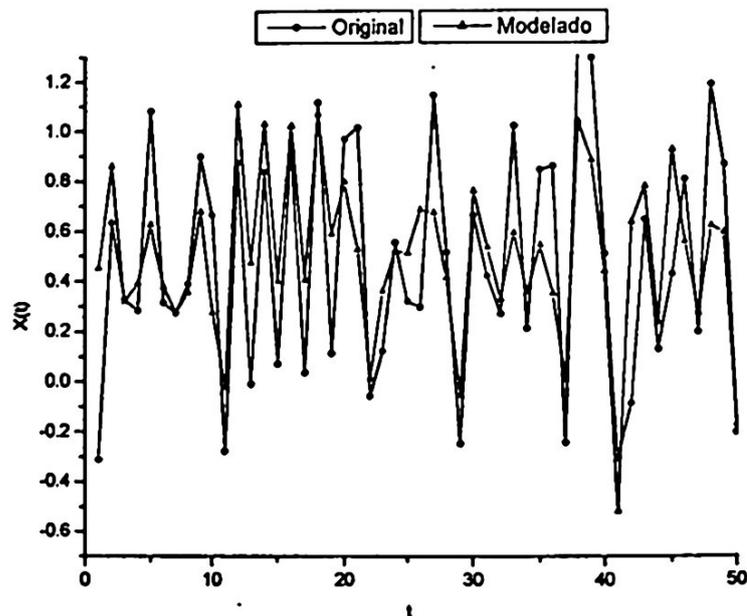


Fig. 3. Modelado y valores originales de la serie Ikeda

En la figura 4 se presentan los resultados de los 24 experimentos considerados exitosos después de ser evaluados con las dos metodologías descritas anteriormente. Se presentan los resultados en base al error medio raíz cuadrada obtenido.

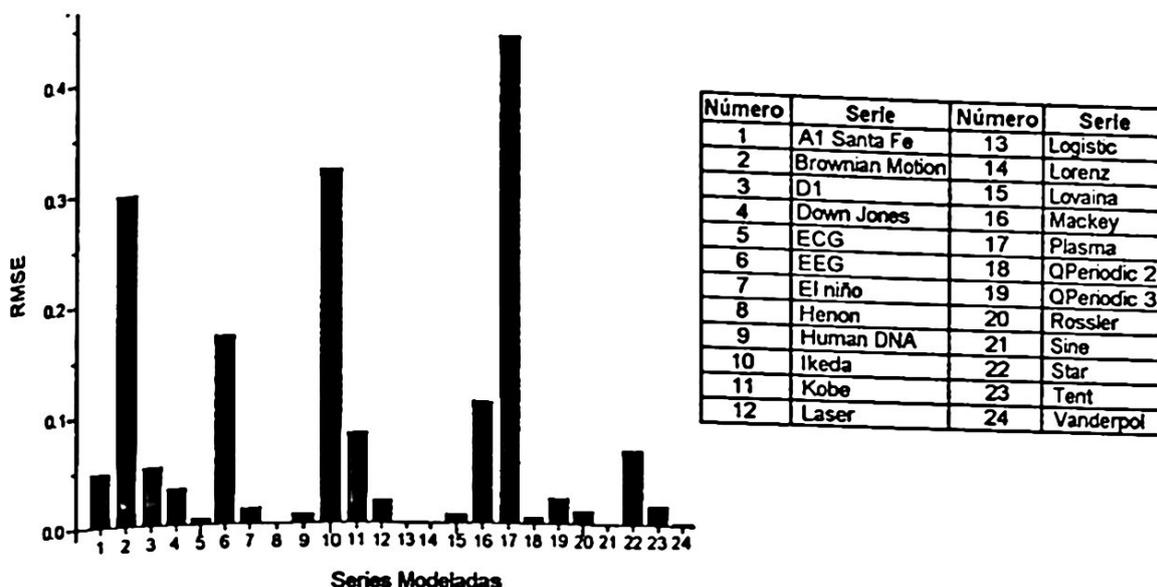


Fig. 4. Resultados de modelado obtenidos en relación con el RMSE

En las figuras anteriores (1 a 3) se puede observar que los resultados de modelado de RNAP son muy acertados en la mayoría de los casos: 24 de 30 series fueron modeladas obteniendo un RMSE comparable y en algunos casos más bajo que el obtenido en experimentos similares reportados en la literatura utilizando otras técnicas [1].

Además, se puede notar que el modelado hecho por RNAP sigue de forma bastante fiel la tendencia de la serie, aún en los casos donde el modelado no es del todo acertado debido a que no se alcanzan las amplitudes de la serie original (tal es el caso de la serie Ikeda, ver Figura 3). Este dato es importante ya que existen múltiples aplicaciones en las cuales el conocer la tendencia del comportamiento del sistema es suficiente para poder obtener información relevante.

En la tabla 2 se comparan las treinta series de tiempo y el resultado obtenido en el proceso de modelado. Las series están ordenadas en forma descendente en base a su Índice de Dificultad de Modelado.

Analizando la Tabla 2 se puede observar que series de tiempo con una alta dificultad de modelado de acuerdo con sus propiedades características, tales como Henon, ECG e Ikeda pudieron ser modeladas exitosamente por RNAP.

Finalmente, se presenta una tabla comparativa de los resultados de modelado de RNAP y otros métodos con una capacidad de modelado alta de los cuales existen reportes en la literatura [1].

En la Tabla 4 se describe la naturaleza de cada una de las técnicas de modelado que se han reportado en la literatura [1].

Se observa de la tabla 3 que solo Anfis y Sugimay presentan resultados comparables con aquellos obtenidos por RNAP y que no se da el caso en el que alguna de las técnicas estudiadas presentara resultados exitosos con series que RNAP no logra modelar.

Tabla 2. Resultados obtenidos en base a la dificultad de modelado. M = Modelada, NM = No Modelada

Serie	Resultado obtenido	IDM
Cantor	NM	2.791
Henon	M	2.139
EEG	M	2.110
White Noise	NM	2.082
Ikeda	M	2.033
Mackey-Glass	M	1.945
Plasma	M	1.849
Star	M	1.806
S&p500	NM	1.803
D1	M	1.775
Logistic	M	1.768
Ascii	NM	1.673
Brownian Motion	M	1.558
El niño	M	1.538
Primos	NM	1.396
Kobe	M	1.271
Rossler	M	1.263
QPeriodic3	M	1.256
Lovaina	M	1.184
QPeriodic2	M	1.176
Laser	M	1.145
A1 Santa Fe	M	1.031
Lorenz	M	0.969
Down Jones	M	0.873
ECG	M	0.845
Vanderpol	M	0.800
Human DNA	M	0.737
HIV DNA	NM	0.603
Sine	M	0.599
Tent	M	0.453

Tabla 3. Comparación de varias técnicas con RNAP. M = Modelada, NM = No Modelada

Técnica de modelado	RNAP	Pittnet-FFNBP	Pittnet-RBFNBP	Matlab-Anfis	Tisean-rbf	Sugimay	Npredict-ARMA
Sine	M	M	M	M	M	M	M
Qperiodic 2	M	M	M	M	M	M	M
Mackey – Glass	M	M	M	M	M	M	M
Logistic	M	M	M	M	NM	M	NM
Lorenz	M	M	M	M	NM	M	M
Rossler	M	M	M	M	NM	M	M
Ikeda	M	NM	NM	M	NM	NM	NM
Henon	M	M	M	NM	NM	M	NM
D1	M	M	M	M	NM	M	NM
Laser	M	NM	NM	M	M	M	M
Dow Jones	M	M	NM	M	NM	M	M
Kobe	M	NM	NM	M	NM	M	M
ECG	M	M	M	M	NM	M	M
EEG	M	M	NM	NM	NM	M	M
Brownian motion	M	M	M	M	NM	M	M
White Noise	NM	NM	NM	NM	NM	NM	NM

Tabla 4. Técnicas de modelado analizadas

Técnica de Modelado	Tipo de Técnica
RNAP	Híbrido Red Neuronal con Algoritmo Genético.
Pittnet-FFNBP	Red Neuronal
Pittnet-RBFNBP	Red Neuronal
Matlab-Anfis	Híbrido Red Neuronal con Lógica Difusa
Tisean-rbf	Teoría de los Sistemas Dinámicos no Lineales.
Sugimay	Teoría de los Sistemas Dinámicos no Lineales.
Npredict-ARMA	ARMA optimizada con Red Neuronal.

6 Conclusiones

Del análisis de los experimentos aquí reportados se puede concluir que RNAP presenta una capacidad de modelado comparable e incluso superior a la de técnicas como Anfis y Sugimay. Lo anterior tiene como sustento el hecho de que RNAP presenta resultados exitosos con series de tiempo con una dificultad de modelado alta,

algunos de los cuales no son alcanzados por las técnicas reportadas en otros trabajos. El empleo de algoritmos híbridos en la implementación de técnicas de modelado de series de tiempo, como es el caso de RNAP y Anfis, han demostrado dar muy buenos resultados, por lo que se vislumbra que con éste tipo de implementación se pueda desarrollar técnicas eficientes para la solución de problemas de modelado, control entre otros. Por último, este trabajo muestra la importancia de contar con metodologías estandarizadas para la comparación de diferentes técnicas de modelado.

Referencias

1. E. Bautista-Thompson & J. Figueroa-Nazuno (2002). "Matriz de Conocimiento Sobre Complejidad de Predicción de Series de Tiempo". VII Congreso Iberoamericano Reconocimiento de Patrones. Ciudad de México.
2. E. Gómez-Ramírez (1999). "Adaptación de la Arquitectura de Redes Neuronal-Artificiales y su Aplicación al Control Adaptable". Tesis doctoral. Ciudad de México.
3. A. González-Yunes, M. Ávila-Álvarez, E. Gómez-Ramírez, O. Mullet, F. Mazzanti, Vilasis-Cardona (2000). "Redes Neuronales para Identificación y Predicción de Series de Tiempo". Revista Centro de Investigación, Universidad la Salle. Ciudad de México.
4. B. Martín del Brio & A. Sanz-Molina (2002). "Redes Neuronales y Sistemas Difusos". Alfaomega-RA-MA.
5. E. Gómez-Ramírez, A. S. Posnyak & R. Lozano (2000). "Control Adaptable Utilizando Redes Neuronales Artificiales Polinomiales". Revista Centro de Investigación Universidad la Salle. Ciudad de México.
6. R. Urbach. (2000). "Footprints of Chaos in the Markets". Prentice-Hall.
7. R. Menchaca-Mendez, C. Sanchez-Rodríguez & J. Figueroa-Nazuno. "Predicción de Series de Tiempo Mediante Análisis Gramatical". XLIII Congreso Nacional de Física. Puebla, Puebla.
8. Diebold, F. X. (2001). "Elements of Forecasting". South-Western Thomson Learning.